Un algorithme de génération de colonnes pour le problème de capacité d'infrastructure ferroviaire

Aurélien Merel[1,2], Sophie Demassey[1], Xavier Gandibleux[2]

[1] LINA – UMR CNRS 6241 – École des Mines de Nantes,
4 rue Alfred Kastler, BP 20722, 44307 Nantes Cedex 3, France.
{aurelien.merel,sophie.demassey}@emn.fr
[2] LINA – UMR CNRS 6241 – Université de Nantes,
2 rue de la Houssinière, BP 92208, 44322 Nantes Cedex 3, France.
{aurelien.merel,xavier.gandibleux}@univ-nantes.fr

Mots-Clés : *capacité d'infrastructure ferroviaire, problème de set packing, génération de colonnes*

1 Problématique

Ce travail s'adresse au problème dit de *capacité d'infrastructure* dans le cas d'une gare ou d'une jonction ferroviaire. Il consiste à déterminer la quantité maximale de circulation pouvant passer sur une infrastructure donnée pendant une période temporelle donnée, tout en respectant les conditions d'exploitation et en tenant compte d'une qualité de service requise [2, 5].

Le problème d'optimisation associé est le *problème de saturation* [1]. Il consiste à introduire le maximum de circulation sur une infrastructure, en plus d'une éventuelle circulation initiale déjà présente. L'ensemble des trains à introduire est appelé l'*offre* de circulation. Après résolution, on obtient la marge de capacité disponible sur l'infrastructure par rapport à cette offre.

Ce travail s'intéresse à la résolution exacte du problème de saturation [1], prolongeant ainsi ce qui a été présenté dans [4]. Les mêmes instances ont été utilisées : elles concernent le nœud ferroviaire de Pierrefitte-Gonesse, situé au nord de Paris. En outre, la formulation en problème linéaire en nombres entiers de type *set packing* proposée dans [3] a également été conservée. Nous présentons ici une approche par génération de colonnes pour résoudre la relaxation linéaire de cette formulation tout en supprimant une hypothèse simplificatrice qui visait à en réduire la combinatoire.

2 Formulation linéaire et méthode de résolution

L'infrastructure est composée d'un ensemble S de *zones de détection*, chacune ne pouvant accueillir plus d'un train simultanément, et le temps est discrétisé en un ensemble de périodes P. On forme ainsi l'ensemble $M = S \times P$ de ressources spatio-temporelles unaires. On note T l'ensemble des trains de l'offre, chacun possédant une date nominale d'entrée dans le nœud et un retard maximal autorisé. Un train $t \in T$ traversant l'infrastructure emprunte un *itinéraire* : c'est la séquence des zones utilisées. En associant celui-ci aux dates de début et de fin d'occupation des zones par le train, on forme une *route*. On note R_t l'ensemble des routes possibles pour t. Soit $r \in R_t$, r est décrite intégralement par son utilisation des ressources : on pose $\delta_{r,m} = 1$ si r utilise la ressource $m \in M$, 0 sinon. Les variables de décision sont les $x_{t,r}$, valant 1 si t emprunte la route r, 0 sinon. On écrit ainsi la formulation *set packing* adaptée de [4] :

$$\max \left\{ \sum_{\substack{t \in T \\ r \in R_t}} x_{t,r}, \text{ s.c. } \sum_{r \in R_t} x_{t,r} \leq 1 \ \forall t \in T, \sum_{\substack{t \in T \\ r \in R_t}} \delta_{r,m} x_{t,r} \leq 1 \ \forall m \in M, x_{t,r} \in \{0,1\} \ \forall t \in T, r \in R_t \right\} \quad (1)$$

On s'intéresse ici à la résolution de la relaxation linéaire de (1) par la génération de colonnes.

Dans [1, 4], les retards autorisés ont une granularité de 15 secondes afin de réduire le nombre de routes possibles et donc de variables. Toutefois, ceci dégrade la finesse de la mesure de la saturation par le modèle, on souhaite donc lever cette hypothèse afin d'exploiter davantage de routes. En outre, la résolution de la relaxation linéaire sous cette hypothèse produit un nombre conséquent de variables à 0 dans la solution optimale.

Ces éléments motivent l'approche par génération de colonnes, qui vise une résolution plus fine du problème de saturation tout en conservant une combinatoire raisonnable. Générer une colonne consiste à rechercher une route valide r pour un train donné en déterminant les $\delta_{r,m}$ qui la décrivent. Chaque ressource est associée à une variable duale dont la valeur optimale après résolution du maître en décrit le taux de saturation. Le sous-problème a pour objectif l'ajout des routes utilisant les ressources les moins saturées. Dans notre cas, un itinéraire mène à une unique route relativement à la date d'entrée du train. Ici, les routes sont donc générées en parcourant les itinéraires de chaque train et en faisant varier sa date d'entrée par modulation de son retard.

3 Perspectives

Plusieurs pistes prometteuses se présentent à l'issue de cette contribution. En particulier, des prétraitements visant à réduire la taille de la formulation par suppression des contraintes dominées sont proposés dans [4], et nous chercherons à les combiner avec la génération de colonnes. Le problème posé réside dans la perte d'un grand nombre de variables duales engendrée par cette suppression.

Références

[1] X. Delorme. *Modélisation et résolution de problèmes liés à l'exploitation d'infrastructures ferroviaires.* PhD thesis, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 2003.

[2] P. Hachemane. *Évaluation de la capacité de réseaux ferroviaires.* PhD thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1997.

[3] R. Lusby, J. Larsen, D. Ryan, and M. Ehrgott. Routing Trains Through Railway Junctions : A New Set Packing Approach. Technical Report 2006-01, Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, DTU, 2006.

[4] A. Merel, X. Gandibleux, S. Demassey, and R. Lusby. An improved Upper Bound for the Railway Infrastructure Capacity Problem on the Pierrefitte-Gonesse Junction. *Actes du dixième congrès de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision*, pages 62–76, 2009.

[5] J. Rodriguez, X. Delorme, X. Gandibleux, G. Marliere, R. Bartusiak, F. Degoutin, and S. Sobieraj. RECIFE : Models and tools for analyzing rail capacity. *RTS-Recherche Transports Securite*, 95 :129–146, 2007.